

文章编号: 1671- 251X( 2010) 02- 0053- 04

# 谐波检测中频谱泄漏问题的研究

林青松, 陈清华

(河南科技大学电子信息工程学院, 河南 洛阳 471003)

**摘要:** 研究了基于 FFT 的电力系统谐波检测中的频谱泄漏现象, 分析了产生频谱泄漏的原因, 提出了利用窗函数来解决频谱泄漏现象的方法。仿真结果表明, 汉宁窗可以很好地减小频谱泄漏, 满足谐波检测的精度要求。

**关键词:** 电力系统; 谐波检测; 频谱泄漏; 窗函数; FFT

**中图分类号:** TN911. 6 **文献标识码:** A

## Research of Problem of Spectrum Leakage in Harmonics Detection

LIN Qing-song, CHEN Qing-hua

(School of Electronic and Information Engineering of Henan University of Science and Technology,  
Luoyang 471003, China)

**Abstract:** The paper investigated the problem of spectrum leakage in harmonics detection of power system based on FFT, analyzed the causation of spectrum leakage and put forward a solution method of spectrum leakage with window functions. The simulation result showed that Hann windows can reduce spectrum leakage commendably and satisfy accuracy of harmonic detection.

**Key words:** power system, harmonics detection, spectrum leakage, window functions, FFT

## 0 引言

电力系统谐波问题已成为当今的热门研究课题, 而谐波检测是谐波问题的一个重要分支, 也是研究分析谐波问题的出发点和主要依据。

基于傅里叶变换的谐波检测法是用快速傅里叶变换(简称 FFT) 获取各次谐波信号的幅值、频率和相位。在应用 FFT 分析电力信号的实际问题时, 由于计算机不可能对无限长连续的信号进行分析处理, 而只能将其截断变成有限长度的离散数据去处理, 在此过程中将会发生频谱混叠、频谱泄漏和栅栏等问题。这些问题使算出的信号参数即频率、幅值和相位不准确, 尤其是相位误差很大, 无法满足准确的谐波检测要求。而频谱泄漏是造成谐波检测误差的重要原因。本文针对频谱泄漏现象进行研究, 分析其形成原因, 并给出解决方法。

## 1 频谱泄漏现象

所谓频谱泄漏就是信号频谱中各谱线之间的相互影响, 使测量结果偏离实际值, 同时在真实谱线两侧其它基波整数倍频率点上出现一些较小的假谱。利用 FFT 来分析电力系统中的谐波, 就无法避免频谱泄漏这个问题, 这主要是由于电力谐波具有固有的非线性、随机性、分布性、非平稳性和影响因素的复杂性等特征, 其频率并不是时刻都为额定工频这一个恒定值, 它会在额定工频左右的一个范围内发生变化, 这样就无法保证这个实时的频率是基频的整数倍, 也就无法达到同步采样。下面将对频谱泄漏产生的原因及影响因素进行分析。

以电压信号  $u(t) = \sum_{m=0}^{\max} A_m e^{j(m\omega_0 t + \alpha_m)}$  为例分析频谱泄漏的原因。其中  $\max$  为最高次谐波的次数,  $A_m$ 、 $\alpha_m$ 、 $\omega_0 = 2\pi/T_0$  和  $T_0 = 1/f_0$  分别为第  $m$  次谐波的幅值、相角、基波角频率和基波周期, 其中  $f_0$  为基波频率。以  $f_s$  为采样频率对信号进行采样, 将得到  $u(n) = u(t)|_{t=nT_s}$ 。若满足  $f_s = Nf_0$ , 且满足  $N \geq 2 \cdot \max + 1$ , 则整周期采样  $N$  个点。这相当于对抽

收稿日期: 2009- 10- 21

作者简介: 林青松(1965- ), 男, 河南新安人, 硕士, 副教授, 研究方向为图形图像处理、嵌入式系统、检测技术与自动化装置。

E-mail: qqh123@163.com

样离散序列加矩形窗, 该窗函数可以表示为  $w(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ , 则  $u(n)$  经过矩形窗截断后的序列记为  $u_w(n)$ , 其 DFT (离散傅里叶变换) 为

$$U_w(e^{j\omega}) = \text{DFT}(u_w(n)) = \frac{1}{2\pi} U(e^{j\omega}) \times W(e^{j\omega})$$

$$= \sum_{m=0}^{\max} A_m e^{jn} \left[ \sum_{n=0}^{N-1} e^{-jn(\omega - m\omega_0)} \right] \quad (1)$$

式中:  $U(e^{j\omega})$  和  $W(e^{j\omega})$  分别为  $u(n)$  和  $w(n)$  的 DFT。

对式(1)在频域内进行  $N$  点离散采样, 其离散频率间隔为  $2\pi/N$ , 得到:

$$U(K) = \text{DFT}(u_w(n)) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-2\pi jnk/N}$$

$$= U_d(e^{j\omega}) \mid_{\omega=2\pi k/N}$$

$$= \sum_{m=0}^{\max} A_m e^{jn} W(e^{j(2\pi k/N - m\omega_0)}) \quad (2)$$

当  $f_s$  和  $N$  保持不变, 而被测信号频率  $f_0$  发生波动, 变为  $f'_0$  ( $f'_0 \neq f_0$ ), 则此时令:

$$\lambda = f'_0/f_0 = 1 + \frac{f'_0 - f_0}{f_0} = 1 + \Delta\lambda \quad (3)$$

则有  $\omega_0 = \frac{2\pi T_s}{T_0} = \frac{2\pi\lambda}{N}$ , 此时推出:

$$U(K) = \sum_{m=0}^{\max} A_m e^{jn} W(e^{j(k-m\lambda)2\pi/N})$$

$$= A_k e^{jn} W(e^{j(k-k\lambda)2\pi/N}) +$$

$$\sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{\max} A_m e^{jn} W(e^{j(k-m\lambda)2\pi/N}) \quad (4)$$

当  $\lambda = 1$  时, 即信号频率未发生波动, 则有  $|W(e^{j(k-k\lambda)2\pi/N})| = 1$ ,  $|W(e^{j(k-m\lambda)2\pi/N})| = 0$ , 此时  $U(k) = A_k e^{jn}$ , 没有发生频谱泄漏, 但是当  $\lambda \neq 1$  时,  $|W(e^{j(k-k\lambda)2\pi/N})| < 1$ , 且  $k - m\lambda \neq \text{整数}$  ( $k \neq m$ ), 将使  $|W(e^{j(k-m\lambda)2\pi/N})| \neq 0$ , 说明其它各次谐波幅值将以一定比例关系叠加到  $k$  次谐波上。同时由于  $|W(e^{j(k-m\lambda)2\pi/N})| \neq 0$ , 将在信号有效带宽之外的高次谐波频率点上出现幅值较小的谱线, 这样就导致了频谱泄漏。

根据以上分析可知, 在进行 DFT 运算时, DFT 只能用于采样率为  $f_s$ 、采样长度为  $N$  的有限长的输入信号, 得到 1 个具有  $N$  点的变换结果, 这个  $N$  点变换结果中的各个点分别与一个分析频率  $f_{\text{analysis}}$  相对应:

$$f_{\text{analysis}}(m) = \frac{mf_s}{N} \quad (m = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (5)$$

因此, 只有当输入数据所包含的频率成分精确

地等于式(5)中的分析频率, 即为基频  $f_s/N$  的整数倍时, DFT 才能准确地计算出各谐波的频谱值。只要信号频率  $f_0$ 、采样频率  $f_s$  和采样长度  $N$  这 3 个变量中的任一个变化, 都会导致  $f_0 \neq \frac{mf_s}{N}$ , 就会引起采样不同步, 导致频谱泄漏。在上面的理论分析中, 只详细讨论了  $f_0$  变化时引起的频谱泄漏, 如果  $f_s$  或  $N$  变化一样会引起频谱泄漏现象, 在此不再赘述。频谱泄漏将使通过 DFT 算法得到的各次谐波参量结果不准确, 因此, 需要寻找一种方法来减小频谱泄漏, 以得到较为准确的测量结果。本文选用加窗法减小频谱泄漏。

## 2 窗函数在频谱泄漏问题中的应用

### 2.1 窗函数的特性

减小频谱泄漏的方法有很多种, 有一种被称为加窗的重要技术, 是用于减小泄漏的最常用方法。通过构建窗函数, 用加窗法可大大减小频谱泄漏, 再插值可有效地抑制谐波之间的干扰和杂波及噪声的干扰, 从而可以精确测量到各次谐波电压和电流的幅值和相位。

首先, 通过例子来说明一下窗函数的几个特性。设待分析的周期信号的表达式为  $x = a_1 \cdot \sin(2\pi \cdot f_1 \cdot t) + a_2 \cdot \sin(2\pi \cdot f_2 \cdot t)$ , 令  $a_1 = 5$ ,  $a_2 = 0.1$ ,  $f_1 = 1 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 1.3 \text{ Hz}$ ,  $N = 317$ , 利用 Matlab 软件做 DFT 运算得到如图 1、图 2 所示的仿真结果。

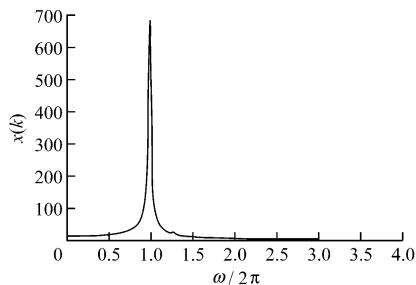


图 1 加矩形窗后的频谱图

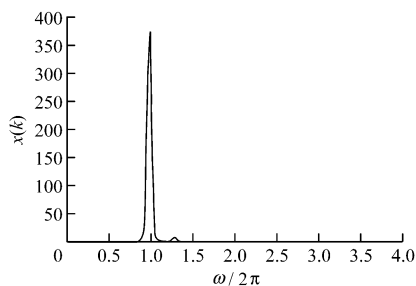


图 2 加汉宁窗后的频谱图

由于对原时域信号采样相当于给原信号加矩形窗, 因此, 以矩形窗作为衡量其它窗函数性能的参

照。比较图 1、图 2 可以看出, 图 2 的频谱泄漏程度比图 1 的小, 而且在图 1 中, DFT 泄漏导致信号分量在  $f_2 = 1.3 \text{ Hz}$  处几乎不能辨别, 而图 2 中加汉宁窗后却能容易地辨别出  $f_2 = 1.3 \text{ Hz}$  处的信号分量。经过仿真实验可知, 用其它的几种窗函数也可以分辨出  $f_2 = 1.3 \text{ Hz}$  处的信号分量, 由于篇幅有限, 故只选取了具有代表性的汉宁窗来进行说明。据此可分析出窗函数的几个特性: ① 具有截断作用; ② 能减小频谱泄漏; ③ 能检测高强度信号附近出现的低强度信号, 提高信号检测灵敏度。鉴于窗函数的这些优点特性, 下面通过比较分析, 选择一种性能较好的窗函数来改善频谱泄漏。

## 2.2 5 种常用窗函数的性能比较

对被测信号进行 FFT 运算时, 首先要对时域信号进行截断, 将其变为离散有限信号, 即在时域对信号设置窗函数。对时域加窗等效于在频域卷积, 这种截断将导致频谱分析出现误差, 其效果是使加窗后的频谱由该窗函数的频谱确定, 即使频谱以实际频率值为中心, 以窗函数频谱波形的形状向两侧扩散, 产生“泄漏效应”。这样就突出了对窗函数频谱研究的重要性, 而窗函数也有很多种, 这里主要就 5 种常用的窗函数来加以说明, 它们分别是矩形窗、三角窗、汉明窗、汉宁窗和布莱克曼窗。为了清楚起见, 用不同线型表示不同窗, 故用 2 个图来表示不同窗的幅度响应, 如图 3 所示。

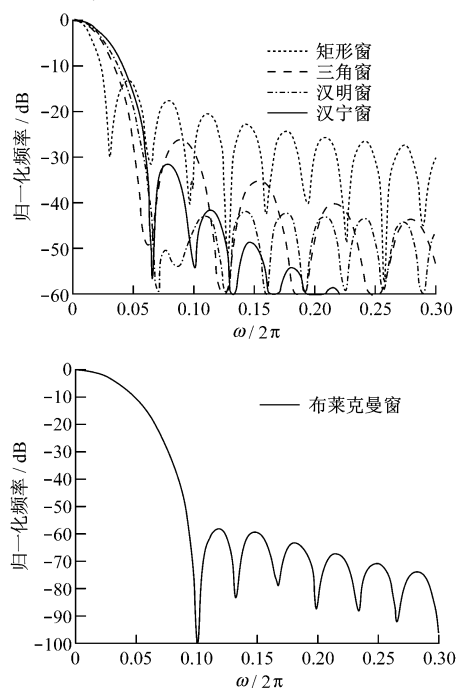


图 3  $N = 31$  时 5 种窗的幅度响应曲线

从图 3 可看出, 矩形窗幅度响应的主瓣宽带

$f_s/N$  最窄, 但它的第一个旁瓣仅在主瓣峰值下的  $-13 \text{ dB}$  处, 三角窗减小了旁瓣幅度水平, 付出的代价是三角窗的主瓣宽带几乎是矩形窗宽度的 2 倍。汉明窗和汉宁窗都进一步减小了第一旁瓣的大小, 虽然汉明窗减小的第一旁瓣水平更低, 但它的旁瓣相对于汉宁窗来说下降慢, 这意味着离开中心频率单元 3~4 个频率单元处, 汉明窗的泄漏比汉宁窗的泄漏小, 而离开中心频率单元 6 个频率单元以上的全部单元, 汉宁窗的泄漏比汉明窗的泄漏要低。布莱克曼窗的旁瓣衰减水平很大, 但它的主瓣宽度过宽, 并且计算相对复杂, 因此实际信号分析中常采用汉宁窗来进行频谱分析, 只要选择合适的  $f_s$  和  $N$ , 就能很有效地减小频谱泄漏现象。

## 2.3 仿真实验

在同一幅图中用矩形窗和汉宁窗对信号进行分析比较, 如图 4 所示。取  $N = 317$ ,  $a_1 = 5$ ,  $a_2 = 2$ ,  $f_1 = 1 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 2 \text{ Hz}$ , 星号标记的曲线 2 代表加的是矩形窗, 实点标记的曲线 1 代表加的是汉宁窗。由于汉宁窗减小了要做 DFT 的时域输入信号的水平, 所以曲线 1 的峰值振幅比曲线 2 的要低, 而且矩形窗的主瓣宽度最窄, 由此使得曲线 1 看起来更宽些, 而汉宁窗的旁瓣比矩形窗要小得多, 并且衰降速度也较快。图 4 中在  $f = 1 \sim 2 \text{ Hz}$  区间内, 曲线 1 中绝大多数频率的 DFT 输出幅度都为 0, 而曲线 2 中绝大多数频率的 DFT 输出幅度都不为 0, 矩形窗过大的旁瓣使输入能量泄漏到其它频率上的程度更大, 产生了更多虚假的输出幅值, 在整个频率区间上, 矩形窗产生的泄漏更严重, 也就是说, 加汉宁窗大大减小了频谱泄漏现象。另外, 观察  $f = 1 \text{ Hz}$  和  $f = 2 \text{ Hz}$  处,  $f = 1 \text{ Hz}$  处的幅值响应比  $f = 2 \text{ Hz}$  大, 加矩形窗时其频谱泄漏比  $f = 2 \text{ Hz}$  处的泄漏要大, 但加汉宁窗后 2 个频率点附近的泄漏差别却不是很大。因此, 可看出加汉宁窗可以减小频谱泄漏, 特别是对幅值较大的信号改善效果尤为明显。

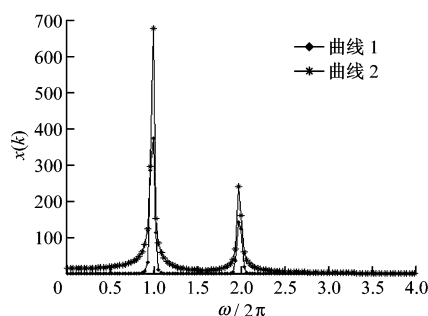


图 4 加矩形窗和汉宁窗后的频谱图

文章编号: 1671- 251X( 2010) 02- 0056- 03

# 基于离散元对厚煤层顶煤冒放性的研究

张 飞, 王 烨, 范文胜

(内蒙古科技大学矿业工程学院, 内蒙古 包头 014010)

**摘要:** 分析了倾斜厚煤层顶煤裂隙和顶煤可放性的影响因素, 在硬、厚煤层综采放顶煤现场实践的基础上, 运用离散元软件进行了模拟试验, 分析了煤层在采动过程中形成的裂隙对顶煤冒落的影响以及裂隙的发育过程, 据此判断顶煤的冒放性。模拟试验结果表明, 裂隙分布范围的大小和发育的形状是影响顶煤冒放性的一个重要因素, 裂隙数越多, 长度越大, 间距越小, 层理就越发育, 顶煤冒放性就越好。在一定程度上可以根据顶煤可放程度评价综放产量。

**关键词:** 厚煤层; 顶煤裂隙; 冒放性; 离散元

**中图分类号:** TD672/ 823 **文献标识码:** A

## Research of Top Coal Caving and Drawing Characteristics of Thick Seam Based on Discrete Element

ZHANG Fei, WANG Ye, FAN Wen sheng

(Mining Engineering Institute of Inner Mongolia University of Science and Technology,  
Baotou 014010, China)

**Abstract:** The influence factor of crack of inclined thick seam and top coal caving and drawing characteristics were analyzed in the paper. On the practice basis of fully mechanized sublevel caving of hard and thick coal, a discrete element software was used to do simulation test and influence of crack in process of mining coal on the top coal caving and the development process of the fracture were analyzed, which could be used to determine the top coal caving characteristics. The result of the simulation experiment showed that the size of crack distribution and developed shape are the most important influence factors on top coal caving and drawing characteristics, and the more cracks, the greater the length, the smaller of the

收稿日期: 2009- 10- 19

作者简介: 张 飞( 1959- ), 男, 教授, 内蒙古科技大学矿业工程学院书记, 研究方向为岩石力学。E-mail: luv01@ 126. com

### 3 结语

本文对电力系统谐波问题中频谱泄漏现象进行了详细的分析, 指出了产生频谱泄漏的主要原因。并通过仿真实验, 验证了使用窗函数的方法可以很好的减小频谱泄漏, 对电力系统谐波检测有很好的指导意义。

### 参考文献:

[1] 胡广书. 数字信号处理[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 1997.

- [2] 余训锋, 马大玮, 杨力生. 频谱估计中的窗效应及窗函数的选取原则[J]. 仪器仪表学报, 2008( 4): 305- 308.
- [3] 杨艳娟. 窗函数的适用性分析[J]. 煤炭技术, 2007( 2): 124- 126.
- [4] 李杭生, 陈 丹. 频谱分析中窗函数的研究[J]. 微机计算机信息, 2008, 24( 10): 272- 273.
- [5] 曾泽昊, 余有灵, 许维胜. 一种减小频谱泄漏的同步化算法[J]. 电测与仪表, 2005( 11): 12- 14.
- [6] 张介秋. 基于卷积窗的电力系统谐波理论分析与算法[J]. 中国电机工程学报, 2004( 11): 48- 52.
- [7] LYONS R G. 数字信号处理[M]. 朱光明, 译. 北京: 机械工业出版社, 2006.